



期权研发报告：套期保值系列之一

期权的 Delta 对冲策略对比分析

期权（专题报告）

摘要：

期权的非系统对冲方法（以固定时间间隔进行对冲、对冲至一个 delta 带、根据标的资产价格变化的对冲）有各种缺陷。基于效用最大化的方法 Hodges-Neuberger 范式从理论上解决了对冲问题，但在实践中难以实施，于是有了 Whalley-Wilmott 渐近方法和 Zakamouline 双渐近方法。

本文详细分析了 Whalley-Wilmott 方法和 Zakamouline 方法的特性。并分别通过 Monte Carlo 模拟进行动态对冲模拟和实际的恒生指数期权与期货的对冲，对比分析了三种方法（以固定时间间隔进行对冲、Whalley-Wilmott 方法和 Zakamouline 方法）的对冲效果。实证分析结果表明，对冲能够有效的减少巨额亏损的风险，且 Whalley-Wilmott 方法和 Zakamouline 方法比以固定时间间隔进行对冲的方法更节约成本、也更加有效。可以 Whalley-Wilmott 方法或者 Zakamouline 方法与以固定时间间隔进行对冲的方法相结合运用。

作者姓名：邓瓔函

dengyinghan@csc.com.cn

电话：023-86769758

期货从业资格号：F0299690

发布日期：2013 年 10 月 15 日

目 录

一、引言	3
二、非系统对冲方法	3
2.1 以固定的时间间隔进行对冲	3
2.2 对冲至一个 delta 带	3
2.3、根据标的资产价格变化来对冲	4
三、基于效用最大化的对冲方法	4
3.1 效用理论	4
3.2 Hodges-Neuberger 方法	5
3.3 Whalley-Wilmott 的渐近解	5
3.4 Zakamouline 的双渐近解	5
四、实证分析	6
4.1 Whalley-Wilmott 与 Zakamouline 的特性分析	6
4.1.1 Whalley-Wilmott 的特性分析	6
4.1.2 Zakamouline 的特性分析	8
4.2 动态对冲模拟	12
4.2.1 Monte Carlo 模拟股价	12
4.2.2 用不同方法进行 delta 动态对冲	13
4.2.3 不同方法进行 delta 动态对冲的套期保值效果	15
4.3 恒生指数期权和期货的 delta 动态对冲	15
五、总结	17
参考文献	18

图表目录

图 1: Whalley-Wilmott 的渐近方法得到的对冲带与 BSM delta 的函数关系.....	7
图 2: Whalley-Wilmott 的渐近方法下交易成本不同的比较.....	7
图 3: Whalley-Wilmott 的渐近方法下风险厌恶系数不同的比较.....	8
图 4: Zakamouline 的渐近方法得到的空头对冲带与 BSM delta 的函数关系.....	9
图 5: Zakamouline 的渐近方法得到的多头对冲带与 BSM delta 的函数关系.....	9
图 6: Zakamouline 的渐近方法下交易成本不同的比较	10
图 7: Zakamouline 的渐近方法下风险厌恶系数不同的比较.....	11
图 8: 股价模拟路径图	12
图 9: 三次模拟的 Whalley-Wilmott 和 Zakamouline 的 delta 带.....	13
表 1: 不同对冲方法的三次模拟结果比较分析.....	14
表 2: Mento Carlo 模拟结果统计	14
表 3: 1000 次 Monte Carlo 模拟的几种 delta 对冲的效果.....	15
表 4: 2013 年 4 月 1 日 HSI0.1309 C22200 空头的对冲与不对冲的损益分析.....	16
表 5: 2013 年 4 月 1 日 HSI0.1309 C22200 空头的几种 delta 对冲的效果	16
表 6: 2013 年 7 月 1 日 HSI0.1309 C22200 空头的对冲与不对冲的损益分析.....	16
表 7: 2013 年 7 月 1 日 HSI0.1309 C22200 空头的几种 delta 对冲的效果	16

一、引言

BSM 公式的推导中使用了对冲的概念，并且在实际交易中，使用对冲手段来消除标的资产的价格风险敞口也是很有必要的。此外我们也需要用对冲来隔离波动率敞口。

如果能够以任何想要的交易量进行交易，同时不产生任何成本，那么对冲时我们就应该时刻调整持有头寸，以保持 delta 中性。然而，在现实中，我们只能以离散的规模进行交易，而且每一笔交易都会产生成本（包括手续费和买卖价差）。这就使得连续调整 delta 的方法变得不切实际。有学者研究证明，不论时间区间的大小，BSM 模型所需要的连续复制策略在任意时间区间内都将产生无限的交易成本。更严重的是，当标的资产价格存在买卖价差的时候，我们无法保持 delta 中性，因为 gamma 的存在会使得当头寸分别以买价和买价进行估值时，delta 会有所不同，在这种情况下，即使标的资产的价格没有发生变化，delta 依然会变，即尽管没有移除任何风险，对冲买卖价差还是会带来成本。

因此，廉价且有效的对冲手段的重要性不言而喻，成功的对冲是以最少的成本移除尽可能多的风险。

二、非系统对冲方法

不同交易员都各自的方法来决定什么时候调整对冲头寸，在期权定价理论之后很长一段时期内，对冲都没有被量化，因此早期的对冲策略都比较非系统化。

2.1 以固定的时间间隔进行对冲

最简单的对冲策略就是在固定的时间间隔内对冲。在每个时段的末尾，执行交易以保证标的资产的总 delta 为 0（由于受到交易单位为离散值的限制，delta 尽可能接近于 0）。这个办法实施起来比较简单，而且易于理解，但是在选择对冲的时间间隔时显得有些随意。很显然，提高对冲频率可以降低风险，但反之，降低对冲频率可以降低成本。这种方法是非系统对冲方法中最常用的一种，John C. Hull 的书中“Delta 对冲的动态过程”的例子就是这种方法。

2.2 对冲至一个 delta 带

这种方法首先应该确定一个固定的能容忍的 delta 敞口，当 delta 超过这个数值时，交易员就进行对冲。这个 delta 带就是一个无需对冲的区间（No-Transaction Region），delta 带的边界满足如下表达式：

$$\Delta = \frac{\partial V}{\partial S} \pm H$$

其中， H 是常数。

交易员需要主观确定这个 delta 区间的大小，且确定的 delta 区间不是固定不变的，而是取决于期权头寸。因此这个方法需要随时进行调整才能实现。

2.3、根据标的资产价格变化来对冲

使用这个策略的时候，交易员在标的资产价格变化到一定量之后，才对 Δ 进行相应的调整。但是需要主观确定适合触发调整平衡的价格变化量，以及刻画指标的选择（百分比变化、绝对价格变化、重要的技术水平、隐含波动率、历史波动率等）。

三、基于效用最大化的对冲方法

对冲实际上是在降低风险和产生成本两者之间进行权衡。当经济学家研究类似的权衡问题时，他们通常会使用效用的概念，建立在不同方法中进行比较和选择的框架基础。

效用最大化策略试图寻求一种全局最优的对冲策略。其做法是，首先为对冲策略定义一个效用函数，然后最大化该效用函数的期望值。

3.1 效用理论

效用理论是领导者进行决策方案选择时采用的一种理论。决策往往受决策领导者主观意识的影响，领导者在决策时要对所处的环境和未来的发展予以展望，对可能产生的利益和损失作出反应，在行为科学中，把领导人这种对于利益和损失的独特看法、感觉、反应或兴趣，称为效用。效用实际上反映了领导者对于风险的态度。高风险一般伴随着高收益。对待数个方案，不同的领导者采取不同的态度和抉择。

对交易员来说，合理的效用函数最重要的是：1、函数曲线的斜率为正，因为钱总是越多越好；2、函数是向下凹的，因为当交易涉及更多的金额时，交易员会逐渐变得厌恶风险。

可以通过 Arrow-Pratt 绝对风险厌恶系数来量化风险厌恶的程度：

$$r = \frac{U'(W)}{U''(W)}$$

指数效用函数是一个常用的效用函数：

$$U(W) = -e^{-rW}$$

这个效用函数的特点是具有恒定的绝对风险厌恶值 $r = \gamma$ ，与财富拥有量 W 无关。

假设未来财富的均值为 μ ，标准差为 σ ，那么

$$E[U] = E[-e^{-rW}] \approx -e^{-r(\mu - \frac{1}{2}r\sigma^2)}$$

因此可知确定性等价量 W_0 ，进一步得到风险厌恶系数 γ 的表达式：

$$W_0 = \mu - \frac{1}{2}\gamma\sigma^2 \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{2(\mu - W_0)}{\sigma^2}$$

3.2 Hodges-Neuberger 方法

Hodges 和 Neuberger(1989)采用指数效用函数，利用随机控制中求效用最大化的方法对期权进行定价，得到一个无需对冲的区间（No-Transaction Region）。当对冲头寸低于无需对冲区域的下限时，必须买进标的股票使之达到该下限值；反之，如果对冲头寸高于无需对冲区域的上限时，须卖出标的股票使之等于该上限值；当对冲头寸处于无需对冲区域时则不进行任何交易。

关于这个无需对冲的区间：1、空头和多头要区别对待，用不同的方法对冲。空头的对冲带要更窄一些，即对空头头寸的对冲更为保守。2、最优的 delta 对冲带并未完全覆盖 BSM 模型中的 delta。在交易成本存在的情况下，由 BSM 得到的完美对冲头寸量是需要调整的。

遗憾的是，该方法的估计等式没有解析解，而即使是数值求解也非常复杂，因此在实践中难以实施。

3.3 Whalley-Wilmott 的渐近解

Whalley 和 Wilmott(1997)在假设交易成本相对于 BSM 公式中的期权价格而言很小的情况下，通过对最优化系统的渐进分析，提出了一个相对容易实行的对冲算法。他们采用的是 Global-in-time 方法，即通过提供一个决策规则，在每个时间瞬间监控股价并决定是否进行对冲头寸调整，解决因连续交易而带来的交易成本问题。渐进分析的结果是，得到一个相对简单的用以计算无需对冲区域的公式。他们得到一个围绕 Black-Scholes 模型的 delta 值的对冲带，对冲带的边界满足如下表达式：

$$\Delta = \frac{\partial V}{\partial S} \pm H_0$$

其中，

$$H_0 = \left(\frac{3 e^{-r(T-t)} \lambda S \Gamma^2}{2 \gamma} \right)^{\frac{1}{3}}$$

其中， λ 是按比例计算的交易成本： $\text{tradingcost} = \lambda NS$ ， N 是交易证券的总数量； Γ 是 BSM 模型的 gamma 值； γ 是风险厌恶系数。

3.4 Zakamouline 的双渐近解

Zakamouline(2006)研究了基于效用的对冲策略的特性，并提出了一个对冲策略公式，它能够保持 Hodges-Neuberger 模型最重要的特性。这个对冲带具有以下形式：

$$\Delta = \frac{\partial V(\sigma_m)}{\partial S} \pm (H_1 + H_0)$$

这个对冲带不是以 BSM delta 为中心的，而是根据修正后的波动率 σ_m 计算出的 BSM delta 为中心的。其中，

$$\sigma_m = \sigma\sqrt{1+K}$$

$$K = -4.76 \frac{\lambda^{0.78}}{T^{0.02}} \left(\frac{e^{-rT}}{\sigma} \right)^{0.25} (\gamma S^2 |\Gamma|)^{0.15}$$

$$H_0 = \frac{\lambda}{\gamma S \sigma^2 T}$$

$$H_1 = 1.12 \lambda^{0.31} T^{0.05} \left(\frac{e^{-rT}}{\sigma} \right)^{0.25} \left(\frac{|\Gamma|}{\gamma} \right)^{0.5}$$

H_1 是与 gamma 相关的项，与其在 Whalley-Wilmott 模型中的作用类似。 H_0 项使得对于深度价外期权而言 (gamma 可视为 0 时)，对冲带的宽度也不等于 0，这与 Hodges-Neuberger 模型的精确数值解的结果一致。

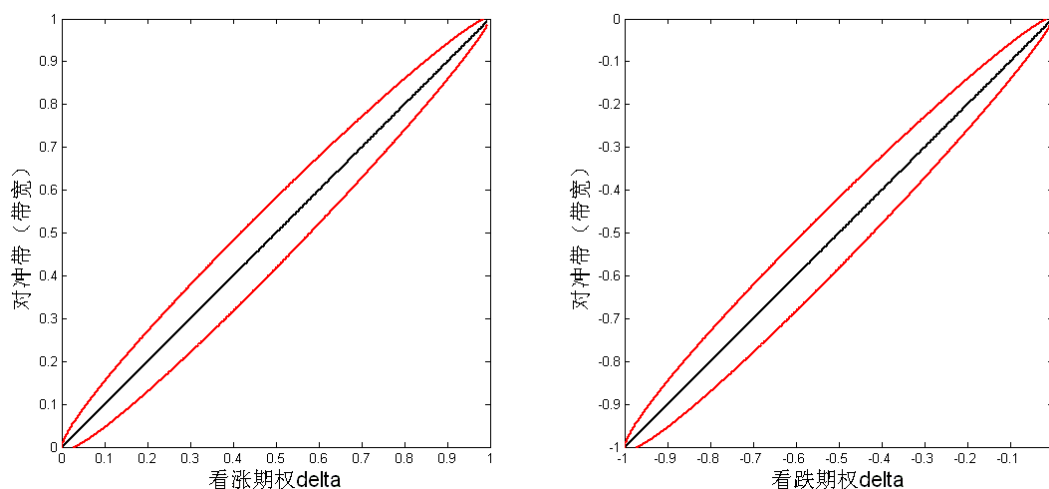
四、实证分析

4.1 Whalley-Wilmott 与 Zakamouline 的特性分析

4.1.1 Whalley-Wilmott 的特性分析

为了考察 Whalley-Wilmott 的渐近方法的特性，本文找出了使用该方法得到的对冲带与 BSM delta 的函数关系。图 2 展示了一个使用该方法进行对冲的对冲带，它是用的例子是波动率为 0.3 的一年期看涨期权，交易成本为 0.02，持仓成本为 0，利率为 0.02，风险厌恶系数为 1。

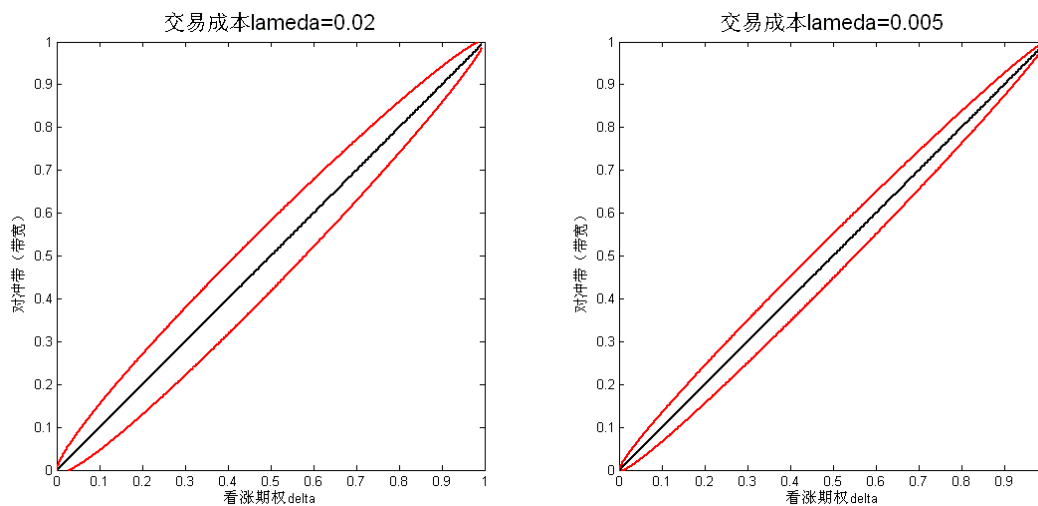
图 1: Whalley-Wilmott 的渐近方法得到的对冲带与 BSM delta 的函数关系



资料来源: 中信建投期货统计

由图 1 可知, 对冲带是以 BSM delta 为中心的, gamma 多头和 gamma 空头所对应的对冲带是对称的, 看涨期权和看跌期权对冲带形状完全一样。

图 2: Whalley-Wilmott 的渐近方法下交易成本不同的比较



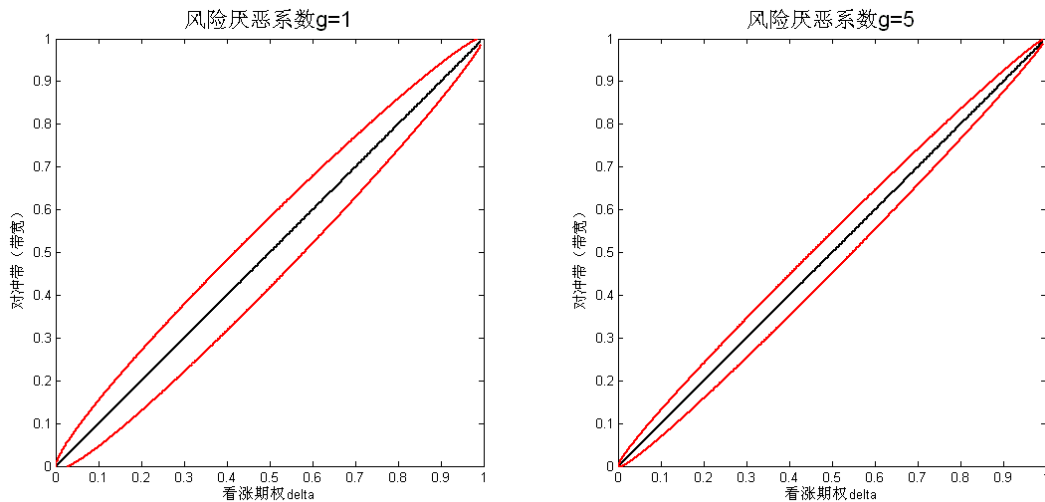
资料来源: 中信建投期货统计

当交易成本改变时, 对冲带的宽度也会改变, 分析发现当交易成本下降时, 对冲带宽度变小, 且当交易成本为 0 时, 对冲带就变成了 BSM delta 线。如图 2 所示, 左侧是交易成本为 0.02 的情形, 右侧是交易成本为 0.005 的情形。

当调整风险厌恶系数时, 对冲带的宽度会改变, 分析发现当风险厌恶系数上升的时候, 对冲带的宽度会减

小。如图 3 所示，左侧是风险厌恶系数为 1 的情形，右侧是风险厌恶系数为 5 的情形。

图 3: Whalley-Wilmott 的渐近方法下风险厌恶系数不同的比较



资料来源：中信建投期货统计

特点：

- 当交易成本降低时，对冲带的宽度也会减小。且当交易成本为 0 时，对冲带就变成了 BSM delta 线，这和完整的 Hodges-Neuberger 理论是一致的。
- 当风险厌恶系数上升的时候，对冲带的宽度会减小，这和完整的 Hodges-Neuberger 理论是一致的。
- 这个方法也可用于处理其他不同形式的交易成本，即改变 tradingcost 公式。

不足之处，与完整的 Hodges-Neuberger 方法不同的是：

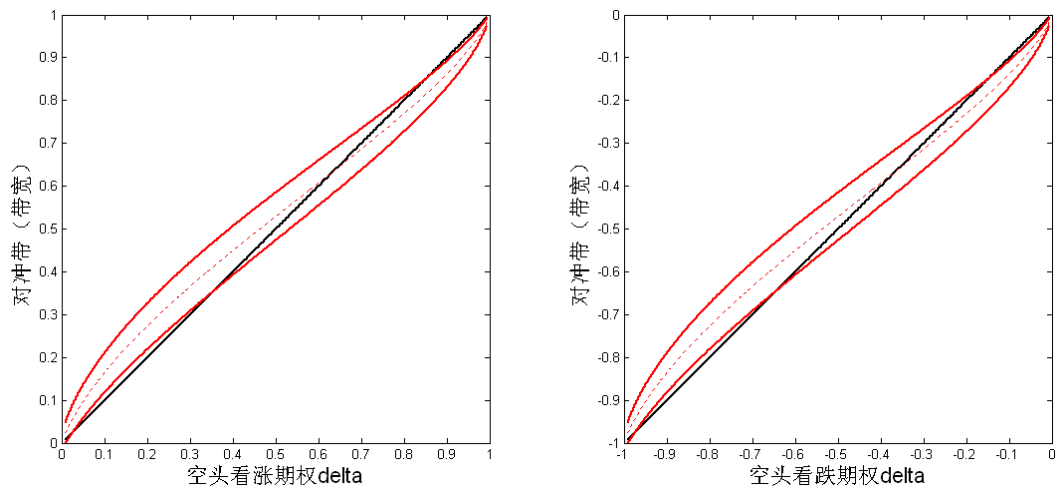
- gamma 多头和 gamma 空头所对应的对冲带对称了。渐近解的大小只与 gamma 的绝对大小有关，而与 gamma 头寸方向无关了。
- 对冲带是以 BSM delta 为中心的。

4.1.2 Zakamouline 的特性分析

为了考察 Zakamouline 的渐近方法的特性，本文同样找出了使用该方法得到的对冲带与 BSM delta 的函数关系。图 4、图 5 展示了一个使用该方法进行对冲的对冲带，它是用的例子仍是波动率为 0.3 的一年期看涨期权，交易成本为 0.02，持仓成本为 0，利率为 0.02，风险厌恶系数为 1。

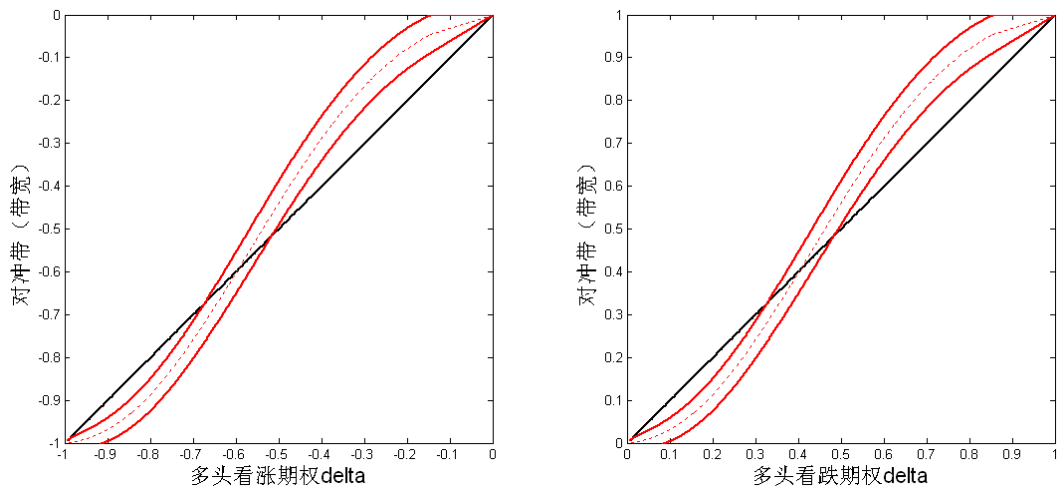
由图 4、图 5 可以明显的看出，比起 Whalley-Wilmott 的方法，Zakamouline 的方法更接近 Hodges-Neuberger 模型的结果：1、无需对冲的区间中间的那部分与 BSM delta 没有重叠，这正是由于使用了修正过的对冲波动率；2、多头和空头的对冲带并不对称，期权空头的对冲带更窄一些。另外，看涨期权和看跌期权的对冲带形状完全一样。

图 4: Zakamouline 的渐近方法得到的空头对冲带与 BSM delta 的函数关系



资料来源: 中信建投期货统计

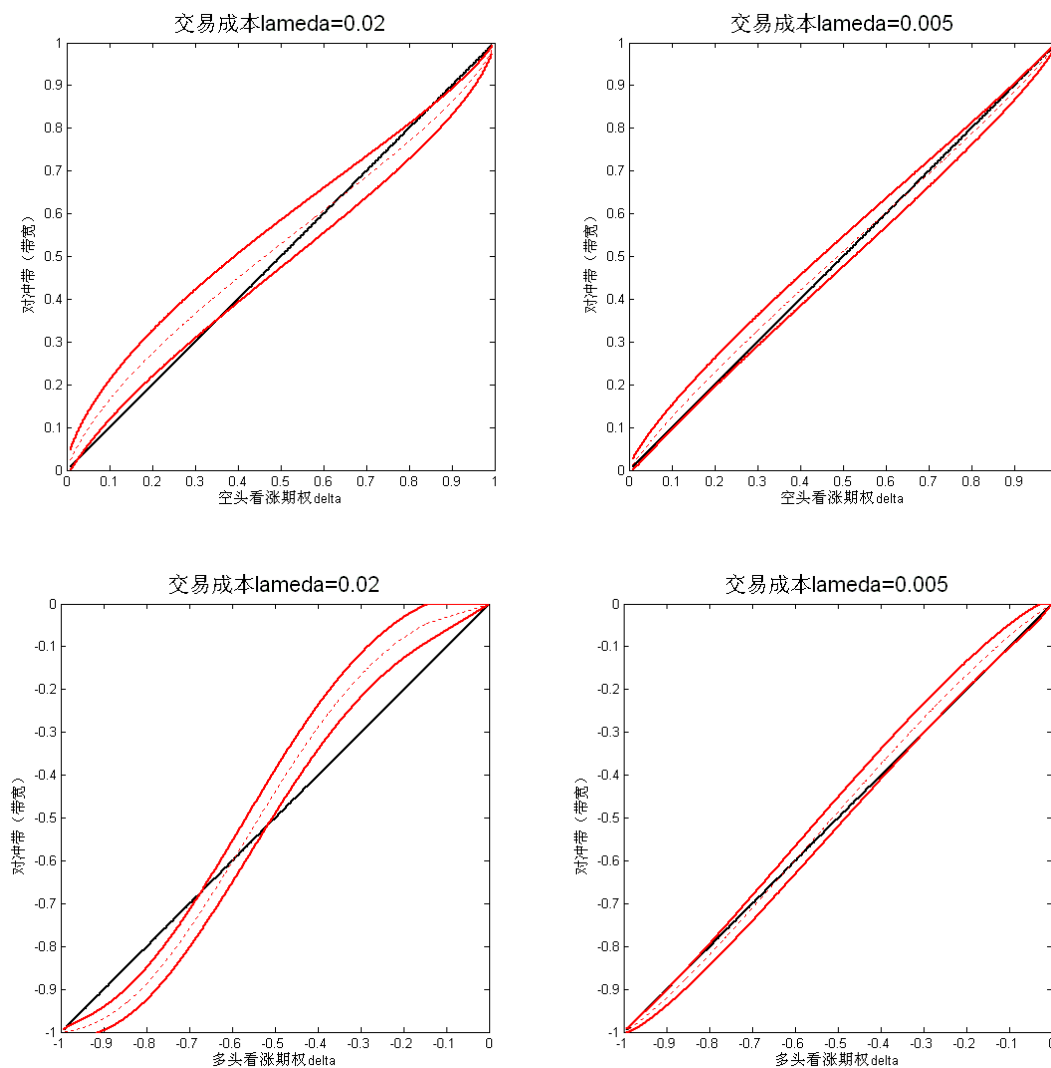
图 5: Zakamouline 的渐近方法得到的多头对冲带与 BSM delta 的函数关系



资料来源: 中信建投期货统计

当交易成本改变时，对冲带的宽度也会改变，分析发现当交易成本下降时，对冲带宽度变小，且当交易成本为 0 时，对冲带就变成了 BSM delta 线。同时对比空头和多头还可以发现，当交易成本下降时，空头和多头就越来越趋近于对称，不对称性减小。如图 6 所示，左侧是交易成本为 0.02 的情形，右侧是交易成本为 0.005 的情形。

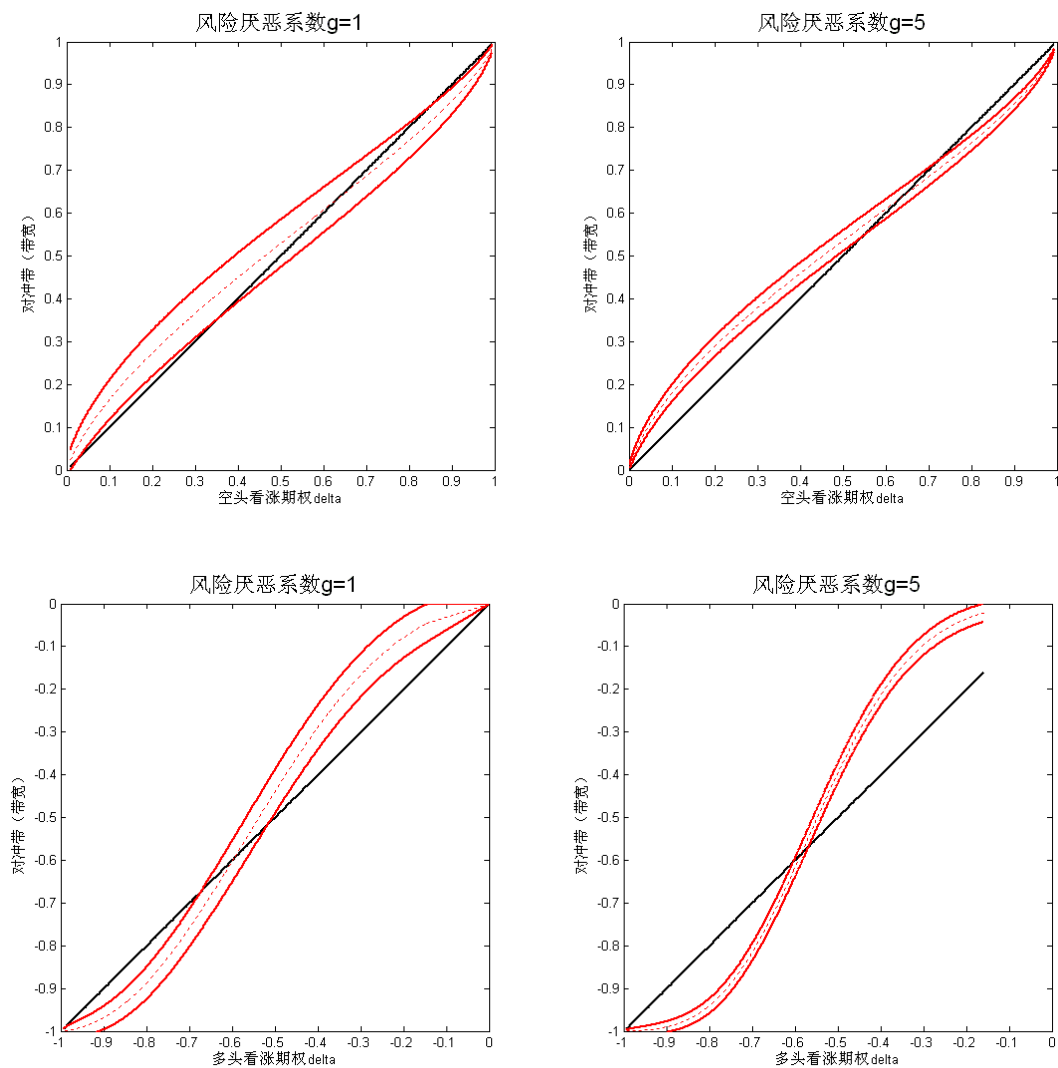
图 6：Zakamouline 的渐近方法下交易成本不同的比较



资料来源：中信建投期货统计

当调整风险厌恶系数时，对冲带的宽度会改变，分析发现当风险厌恶系数上升的时候，对冲带的宽度会减小。同时对比空头和多头还可以发现，当风险厌恶系数上升时，空头和多头的不对称性加剧。如图 7 所示，左侧是风险厌恶系数为 1 的情形，右侧是风险厌恶系数为 5 的情形。

图 7: Zakamouline 的渐近方法下风险厌恶系数不同的比较



资料来源: 中信建投期货统计

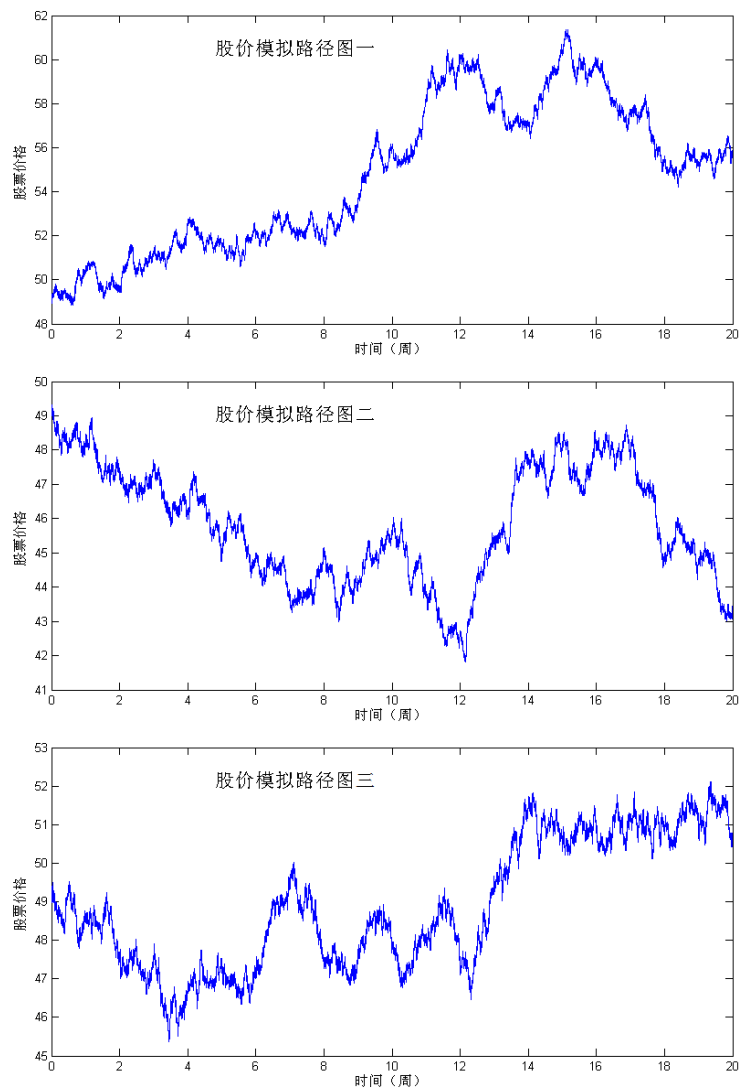
特点:

- 对冲带不是以 BSM delta 为中心的, 而是以修正后的波动率 σ_m 计算出的 BSM delta 线(图中红色虚线)为中心的。
- gamma 多头和 gamma 空头所对应的对冲带不是对称的。
- 当交易成本降低时, 对冲带的宽度也会减小, 空头和多头不对称性减少。当交易成本为 0 时, 对冲带就变成了 BSM delta 线, 空头和多头也完全对称了。
- 当风险厌恶系数上升的时候, 对冲带的宽度会减小, 空头和多头的不对称性加剧。
- 这个方法也可用于处理其他不同形式的交易成本, 即改变 tradingcost 公式。

4.2 动态对冲模拟

4.2.1 Monte Carlo 模拟股价

图 8：股价模拟路径图



资料来源：中信建投期货统计

描述股票价格行为最广泛的模型是：

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

其中， σ 是股票价格波动率， μ 为股票价格的预期收益率。其离散形式为：

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \epsilon \sqrt{\Delta t}$$

其中， ΔS 为短时间 Δt 后股票价格 S 的变化， ϵ 为标准正态分布的随机抽样值， $\epsilon \sim N(0,1)$ 。

一种随机过程的 Monte Carlo 是从该随机过程中随机取样的一种方法。我们通过不断的从 $\phi(0,1)$ 中抽取 ϵ 样本，带入股价行为模型从而得到股票价格的轨迹。

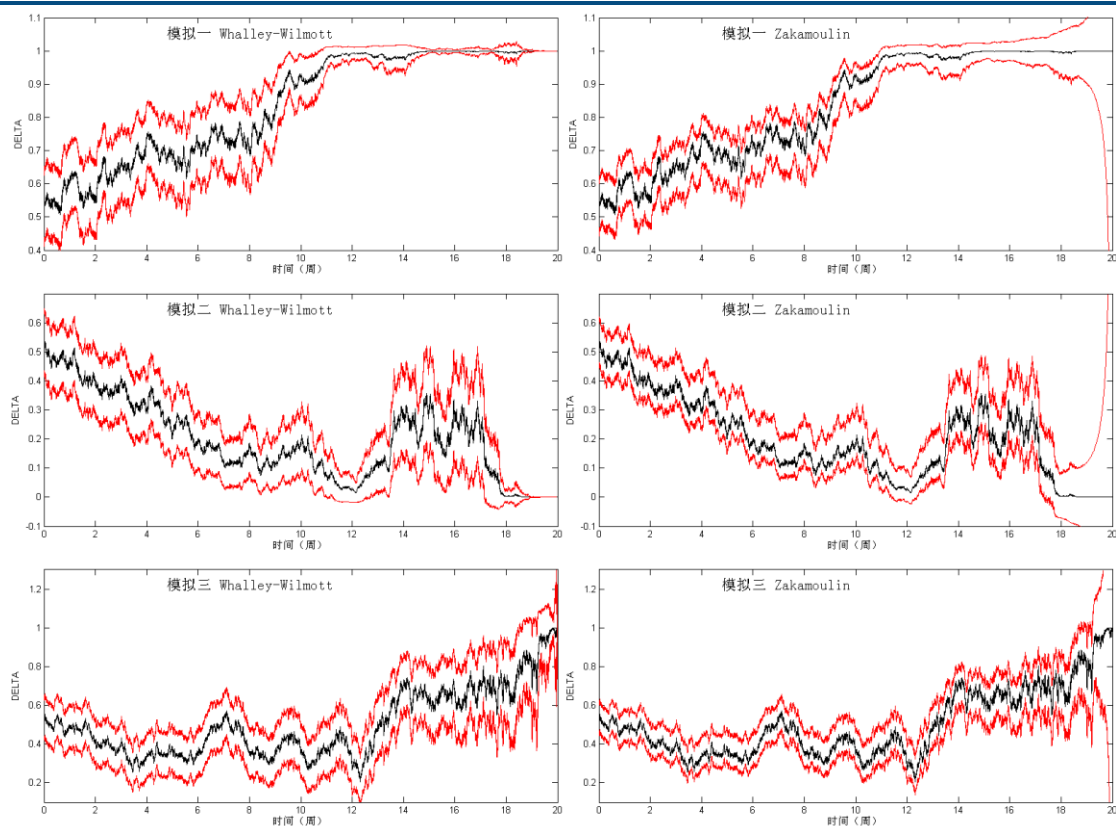
图 8 给出了三次 20 个星期的股价模拟路径图。股票初始价格为 49，股票价格波动率是每年 20%，股票的预期收益率是每年 13%，模拟的时间间隔 Δt 为 1 分钟。

4.2.2 用不同方法进行 delta 动态对冲

与 John C. Hull 的书中“Delta 对冲的动态过程”的例子相同的假设。某机构出售 100000 股不付红利股票的欧式看涨期权，股票初始价格为 49，执行价格为 50，无风险利率是每年 5%，股票价格波动率是每年 20%，距离到期时间还有 20 周，股票的预期收益率是每年 13%。假设交易成本为 0.004，风险厌恶系数为 1。

在非系统对冲方法中，以固定时间间隔进行对冲是最常用的。本文分别给出了以固定时间为 1 周的间隔进行 delta 对冲、以 Whalley-Wilmott 模型进行 delta 对冲、以 Zakamouline 模型进行 delta 对冲的三次模拟过程。三次模拟的股票价格的路径与 4.2.1 节中相同。

图 9：三次模拟的 Whalley-Wilmott 和 Zakamouline 的 delta 带



资料来源：中信建投期货统计

图 9 给出了三次模拟的 Whalley-Wilmott 和 Zakamouline 的 delta 带，黑色为 delta 随时间变化的曲线，红色为 delta 带随时间变化的曲线，可以看出：Zakamouline 的 delta 带较窄；在到期时刻，Whalley-Wilmott 的 delta 带是收敛的，而 Zakamouline 的 delta 带是发散的；Whalley-Wilmott 的 delta 带是对称的，而 Zakamouline 的 delta 带在股价下降时下方较窄、在股价上升时上方较窄。

表 1 是三次模拟的结果，假设期权的卖价是 BSM 的价格。如果期权到期时为实值期权，那么就会被执行，对冲的损益=卖出股票收入+期权费-累计成本，由表中结果可知，不对冲的损益显著大于对冲后的损益；如果期权到期时是虚值期权，那么就不会被执行，对冲的损益=期权费-累计成本，这时损益可能是负值，但是不大。其中，BSM 的期权费为 2.4005，100000 股期权费应为： $2.4005 \times 100000 \times e^{0.05 \times 30/52} = 244711$ 。

表 1：不同对冲方法的三次模拟结果比较分析

	期权类型	到期股票价格	卖股收入	卖期权收入	不对冲损益	对冲方法	累计成本	到期总损益
模拟一	实值	55.83031	5000000	244711	-338320	固定时间	5274170	-29448
						Zak 模型	5246344	-1622
						WW 模型	5236089	8633
模拟二	虚值	43.34297	0	244711	244711	固定时间	297800.6	-53089.6
						Zak 模型	282030.4	-37319.4
						WW 模型	296937.8	-52226.8
模拟三	实值， 靠近平值	50.5703	5000000	244711	187680.6	固定时间	5177437	67285.3
						Zak 模型	5247409	-2687
						WW 模型	5279730	-35008

数据来源：中信建投期货统计

为了进一步考察并比较动态对冲的损益，本文用 Mento Carlo 模拟股票价格变化 1000 次，所得如表 2 所示：

表 2：Mento Carlo 模拟结果统计

到期价格区间	概率	不对冲 平均到期损益	对冲平均到期损益		
			固定时间	Zak 模型	WW 模型
40-	0.02	244711	-67821.7	-46208	-19107.5
40-45	0.11	244711	-41453.2	-42533.6	-34201.5
45-48	0.11	244711	-39752.1	-48100	-32652
48-50	0.125	244711	-41928.9	-44867.7	-52979
50-52	0.27	121000.6	-45782.1	-48197.1	-54971.7
52-55	0.12	-137156	-66194.8	-48251.6	-41982.7
55-60	0.165	-478802	-42272.9	-49885	-30623.5
60-65	0.065	-963858	-48012.9	-44977.8	-41763.5
65+	0.015	-1536377	-47896.3	-45590.3	-22500.4

数据来源：中信建投期货统计

由上述结果可知，进行对冲的目的是：支付少量资金防止巨额亏损。对三种对冲方法比较：Whalley-Wilmott 模型和 Zakamouline 模型的累计成本相比固定时间的累计成本少，特别是期权到期时为深度实值或深度虚值，这应该这是由于对冲带的设置减少了交易次数，从而减少了交易成本；Whalley-Wilmott 模型与 Zakamouline 模型相比，期权到期时为深度实值或深度虚值时 Whalley-Wilmott 模型的累计成本更少，这应该这是由于 Zakamouline 模型的对冲带相对较窄。

4.2.3 不同方法进行 delta 动态对冲的套期保值效果

套期保值效果用保值效果参数评价，保值效果参数以期权保值支出的标准差与该期权的 BSM 价格的比率来衡量，完全对冲策略中，保值效果参数等于 0。表 3 列出了本文在上一小节中进行 Monte Carlo 模拟股票价格变化 1000 次的三种对冲方法 delta 保值效果统计数据。

表 3：1000 次 Monte Carlo 模拟的几种 delta 对冲的效果

保值效果度量	固定时间间隔对冲模型	Zakamouline 模型	Whalley-Wilmott 模型
	0.152933	0.120259	0.119647

数据来源：中信建投期货统计

从结果可知，Whalley-Wilmott 模型和 Zakamouline 模型的对冲方法的保值效果好于固定时间间隔对冲方法。

4.3 恒生指数期权和期货的 delta 动态对冲

delta 对冲实际上是使保值头寸保持 delta 中性的状态，4.2 节中使用股票对期权进行对冲，实际上期货也可以对期权进行对冲。期货的 delta 为：

$$\Delta = e^{(r-q)T}$$

其中， T 为期货合约的到期日， r 为无风险利率， q 为红利率。

本文用 HSIF.1309 对冲 HSIO.1309，使用过去 30 天的历史波动率作为动态波动率。同样假设交易成本为 0.004，风险厌恶系数为 1，数量为 1000 股。

以卖出期权合约 HSIO.1309 C22200 的对冲为例，假设 2013 年 4 月 1 日卖出 1000 股 HSIO.1309 C22200，并用 HSIF.1309 进行 delta 对冲，到期时间为 2013 年 9 月 27 日，期间一共 120 个交易日。2013 年 4 月 1 日的 HSIO.1309 C22200 为接近平值的实值期权，到期时为深度实值的期权，如果没有对冲，则面临巨额亏损。本文同样使用了 Zakamouline 模型、Whalley-Wilmott 模型以及以固定时间间隔进行对冲三种方法。2013 年 4 月 1 日 HSIO.1309 C22200 的收盘价为 826，则期权费收入为 826000，算上时间价值，到期时刻期权费收入相当于 846910.29。表 4 给出了对冲与不对冲的损益分析，可知进行对冲后损失减少。表 5 列出了三种方法此次对冲的 delta 保值效果数据，。

表 4: 2013 年 4 月 1 日 HSIO.1309 C22200 空头的对冲与不对冲的损益分析

	到期损益		期权费收入	到期总损益
不对冲	-1007040		846910	-160130
	卖出期货	累计成本	期权费收入	到期总损益
Zak 模型对冲	23182000	-23935045	846910	93865
WW 模型对冲	23182000	-23916971	846910	111940
固定时间间隔对冲	23182000	-24182957	846910	-154046

数据来源: 中信建投期货统计

表 5: 2013 年 4 月 1 日 HSIO.1309 C22200 空头的几种 delta 对冲的效果

	固定时间间隔对冲模型	Zakamouline 模型	Whalley-Wilmott 模型
保值效果度量	0.2613	0.1766	0.1724

数据来源: 中信建投期货统计

如果是在 2013 年 7 月 1 日卖出期权合约 HSIO.1309 C22200, 并用 HSIF.1309 进行 delta 对冲, 到期时间为 2013 年 9 月 27 日, 期间一共 63 个交易日。2013 年 7 月 1 日的 HSIO.1309 C22200 为虚值期权, 到期时为深度实值的期权, 如果没有对冲, 则面临巨额亏损。2013 年 7 月 1 日 HSIO.1309 C22200 的收盘价为 188, 则期权费收入为 188000, 算上时间价值, 到期时刻期权费收入相当于 190364.75。表 6 给出了对冲与不对冲的损益分析, 可知进行对冲后呈现收益状态, 而不对冲则亏损。表 7 列出了三种方法此次对冲的 delta 保值效果数据,。

表 6: 2013 年 7 月 1 日 HSIO.1309 C22200 空头的对冲与不对冲的损益分析

	到期损益		期权费收入	到期总损益
不对冲	-1007040		190365	-816675
	卖出期货	累计成本	期权费收入	到期总损益
Zak 模型对冲	23182000	-22340467	190365	1031897
WW 模型对冲	23182000	-22282411	190365	1089954
固定时间间隔对冲	23182000	-22768182	190365	604183

数据来源: 中信建投期货统计

表 7: 2013 年 7 月 1 日 HSIO.1309 C22200 空头的几种 delta 对冲的效果

	固定时间间隔对冲模型	Zakamouline 模型	Whalley-Wilmott 模型
保值效果度量	0.9344	0.4977	0.5087

数据来源: 中信建投期货统计

从上面的对冲损益和保值效果参数的结果都能看出, Zakamouline 模型、Whalley-Wilmott 模型比以固定时间间隔对冲更节约成本、更有效。

五、总结

1、非系统对冲方法（以固定时间间隔进行对冲、对冲至一个 delta 带、根据标的资产价格变化的对冲）有各种缺陷。Hodges-Neuberger 范式从理论上解决了对冲问题，但在实践中难以实施。

2、Whalley-Wilmott 渐近方法是一个很简单的近似方法。

- 对冲带是以 BSM delta 为中心的；
- 多头和空头所对应的对冲带对称的。
- 交易成本降低时，对冲带的宽度也会减小，且当交易成本为 0 时，对冲带就变成了 BSM delta 线；
- 当风险厌恶系数上升的时候，对冲带的宽度会减小；

3、Zakamouline 双渐近方法保留了 Hodges-Neuberger 模型中大部分有用的特性。

- 对冲带不是以 BSM delta 为中心的，而是以修正后的波动率 σ_m 计算出的 BSM delta 线为中心的；
- 多头和空头所对应的对冲带不是对称的；
- 当交易成本降低时，对冲带的宽度也会减小，空头和多头不对称性减少，当交易成本为 0 时，对冲带就变成了 BSM delta 线，空头和多头也完全对称了；
- 当风险厌恶系数上升的时候，对冲带的宽度会减小，空头和多头的不对称性加剧。

4、Monte Carlo 模拟股价对冲和实际的恒生指数期权与期货对冲的实证分析结果表明，对冲能够有效的减少巨额亏损的风险，且 Whalley-Wilmott 方法和 Zakamouline 方法比以固定时间间隔进行对冲的方法更节约成本、也更加有效。

5、可以 Whalley-Wilmott 方法或者 Zakamouline 方法与以固定时间间隔进行对冲的方法相结合运用。

参考文献

1. Hodges, S., and A. Neuberger, 1989, Optimal Replication of Contingent Claims Under Transaction Costs, *Review of Futures Markets* 8: 222–239.
2. Hull, J.C., 2006, *Options, Futures and Other Derivatives*, 6th edition, New York: Prentice Hall.
3. Sinclair, E. *Volatility Trading*. New York: John Wiley & Sons.
4. Whalley, A. E., and P. Wilmott. 1993. An Asymptotic Analysis of the Davis, Panas and Zariphopoulou Model for Option Pricing with Transaction Costs. Working paper, Oxford Centre for Industrial and Applied Mathematics.
5. Whalley, A. E., and P. Wilmott. 1994. Optimal Hedging of Options with Small but Arbitrary Transaction Cost Structure. Working paper, Oxford Centre for Industrial and Applied Mathematics.
6. Zakamouline, V. 2006. Optimal Hedging of Complex Option Positions with Transaction Costs. Working paper, Faculty of Economics, Agder University College, Norway.

重要声明

本报告中的信息均来源于公开可获得资料，中信建投期货力求准确可靠，但对这些信息的准确性及完整性不做任何保证，据此投资，责任自负。本报告不构成个人投资建议，也没有考虑到个别客户特殊的投资目标、财务状况或需要。客户应考虑本报告中的任何意见或建议是否符合其特定状况。

联系我们

中信建投期货总部

重庆市渝中区中山三路107号皇冠大厦11楼

电话：023-86769605

上海世纪大道营业部

地址：上海市浦东新区世纪大道 1589 号长泰国际金融大厦 8 楼 808-811 单元

电话：021- 68765927

上海漕溪北路营业部

地址：上海市徐汇区漕溪北路 331 号中金国际广场 A 座 9 层 B 室

电话：021-33973869

长沙营业部

地址：长沙市芙蓉区五一大道 800 号中隆国际大厦 903 号

电话：0731-82681681

南昌营业部

地址：江西南昌西湖区八一大道 96 号华龙国际大厦 1303-1305

电话：0791-6700300

廊坊营业部

地址：河北省廊坊市广阳区金光道 66 号财富中心 A 座 4 层

电话：0316-2326909

漳州营业部

地址：福建省漳州市芗城区南昌路华联商厦七楼

电话：0596-6161566

合肥营业部

地址：合肥市马鞍山路 130 号万达广场 C 区 6 幢 1903、1904、1905 室

电话：0551-2876855

西安营业部

地址：西安市高新区科技路 38 号林凯国际大厦 1604、05 室

电话：029-68500986

深圳营业部

地址：广东省深圳市福田区深南大道和泰然大道交汇处绿景纪元大厦 11 楼 I 单元

电话：0755-33378759

济南营业部

地址：济南市泺源大街 150 号中信广场 6 楼 606 房间

电话：0531-85180636

大连营业部

地址：大连市沙河口区会展路 129 号国际金融中心 A 座期货大厦 2904 号房间

电话：0411-84806305

郑州营业部

地址：郑州市未来大道 69 号未来大厦 2211、2205 室

电话：0371-65612397

广州营业部

地址：广州市越秀区东风中路 410-412 号时代地产中心 704A、705-06 房

电话：020-28325288

重庆龙山一路营业部

地址：重庆市渝北区龙山街道龙山一路 5 号扬子江商务中心 10 楼 2 号、5 号

电话：023-88502020

成都营业部

地址：成都市武侯区科华北路 62 号力宝大厦南楼 1802 电

话：028-628187700

杭州营业部

地址：杭州庆春路 137 号华都大厦 811，812

电话：0571-28056985

传真：0571-87079379

北京营业部

地址：北京市东城区朝阳门北大街 6 号首创大厦 207 室

电话：010-85282866

宁波营业部

地址：浙江省宁波市江东区朝晖路 17 号上海银行大厦 505、506 室，邮编：315040

电话：0574-89071681

全国统一客服电话：400-8877-780

网址：www.cfc108.com