# 基于神经网络模型的恒生指数看涨期权定价实证分析

莫海军

（中信建投期货，重庆，400014）

**摘要：**B-S期权定价模型在期权定价中具有基础性地位，但由于B-S期权定价模型具有一定的理论缺陷，这使得他在实际定价过程中会出现系统性偏差。本文构建了一个用恒生指数、执行价格、距离到期日时间、无风险利率、期权上一交易日价格五个变量作为输入变量，将期权价格作为输出变量的隐层节点数为4的BP神经网络模型，并用该模型对恒生指数看涨期权进行定价。将定价效果与传统B-S期权定价模型进行比较，结果显示，神经网络模型定价效果优于B-S期权定价模型。

**关键词：**神经网络 期权定价 恒生指数

## 一、引言

沪深300股指期权合约即将进入仿真阶段，这意味着我国金融市场即将步入期权时代。在期权的研究领域中，期权定价无疑占据着核心地位。

早在1900年，法国数学家Louis Bachelier在他的博士论文Theorie de laspeculation中就给出了一个看涨期权价格。之后，期权定价研究一直发展缓慢，真正让期权定价理论取得革命性进展的是Black和Scholes在1973年推导出的Black-Scholes期权定价模型。B-S公式建立在如下假设前提下：1、标的资产价格遵循几何布朗运动。2、无风险利率为常数。3、证券在期权定价期内没有红利发放。4、市场允许卖空而且价格可分。5、没有交易费用和税收。6、交易市场不存在无风险套利机会。7、证券的买卖交易可以连续进行。在这一系列假设条件下，Black和Scholes给出了标的资产为不支付红利的股票的衍生证券在时刻t的价格所满足的偏微分方程：



这就是著名的Black-Scholes微分方程。由此结合一定的边界条件，可推出看涨期权和看跌期权的定价公式。在时刻t，欧式买权的价值为。其中，，。

B-S公式的基本假设是标的资产价格遵循维纳过程(wiener Process)，并且波动率和利率水平都是一个固定的常数。长期的市场验证表明B-S公式有明显的定价偏差，其中最著名的定价偏差是“波动率微笑”和期限结构问题。并且，虽然B-S公式给出了欧式期权的定价公式，但美式期权却要复杂得多。目前市场上存在大量的美式期权，常常找不到相应可行的解析公式来对其进行求解。B-S公式推出后，很多学者不断对其进行验证改进，取得了丰硕的成果，其中一个方向就是数值定价领域。为了避免传统参数期权定价模型的缺陷，学者们逐渐将精力转移到不依赖于源自期权定价领域研究理论的市场数据驱动模型，人工神经网络模型就是其中的一种。人工神经网络模型是近年发展起来的前景非常广阔的替代方法，其具有无偏性和定价精确性等优势。

## 二、人工神经网络简介

人工神经网络模型(Artificial Neural Networks Model)是对人脑和自然神经网络若干特征的抽象和模拟，具有高度的并行性和高速的处理能力。一个神经网络是一个由简单处理元构成的规模宏大的并行分布式处理器，天然地具有存储经验知识和使之可用的特征。

### 2.1、神经网络模型结构

总的来说，神经网络分为三层：输入层，该层神经元只接受从外部环境到达的信号，即输入信号；输出层：位于该层的神经元把信号从系统输出，这些输出既可直接影响系统，也可只影响系统外的其他系统；隐层：位于该层的神经元是连接那些输入与输出都在系统中的单元，对于外界来说，它是看不见的。这三层的关系是，输入层接受从外部环境到达的输入信号，经过活化函数作用后产生输出，这个输出被作为隐层的输入，该过程一直持续下去直到满足某个特定条件或者从输入层输出到外界为止。

### 2.2、神经网络模型学习

通过向环境学习获取知识并改进自身性能是神经网络的一个重要特征。在一般情况下，性能的改善是按某种预定的规则调整自身参数（如连接权）随时间逐步达到的。用于完成学习过程的程序称为学习算法。学习方式分三种：一是有监督学习，这种学习方式需要外界存在一个“教师”，它可对一组给定的输入模式提供应有的输出结果（期望输出）。这组已知的输入—输出数据成为训练样本集。学习系统可根据理想输出与实际输出之间的差值即误差信号来调节系统参数，使得总的误差信号减小到预定的要求。通常，为了保证训练的成功，需要很多训练样本和很长的训练时间。无监督学习：无监督学习时不存在外部教师，学习系统完全按照环境所提供的某些统计规律调整自身参数或结构，以表示外部输入的某种固有特征，如聚类或某种统计上的分布特征等。第三种是自监督学习。这种学习介于上述两种情况之间。外部环境对系统输出结果只给出评价而不是给出正确答案，学习系统通过强化那些受奖励的动作来改善自身性能，直至达到给定的精度要求。

## 三、BP网络

BP（Back Propagation）网络是一种按误差逆传播算法训练的多层前馈神经网络，由Rumelhart等科学家在1986年提出的。自此以后，由于结构简单，可调参数多，训练算法多，可操作性好，BP神经网络经常应用于函数逼近、模式识别/分类、数据压缩中，80%-90%的人工神经网络模型采用BP网络和它的变化形式，它也是前馈网络的核心部分，体现了人工神经网络最精华的部分。

### 3.1、网络层数

大多数通用的神经网络都预先确定了网络的层数，而BP网络可以包含不同的隐层。1989年Robert和Hecht-Nielson已经证明，对于任何在闭区间内的一个连续函数，都可以用一个隐层的BP网络来逼近。因此，在不限制隐层节点数的情况下，一个隐层的BP网络可以实现任意非线性映射。在模式样本相对较少的情况下，较少的隐层节点，可以实现模式样本空间的超平面划分，此时，选择两层BP网络就可以了；当模式样本数很多时，减少网络规模，有必要增加一个隐层，但一般不超过两层。

### 3.2、训练函数

每个BP网络都需要一个训练函数，常用的训练函数是trainlm，该函数收敛速度快.在matlab中还自带了一些其他的训练函数。

### 3.3、隐层节点数的选取

一个具有无限隐层节点的两层BP网络可以实现任意从输入到输出的非线性映射。但对于有限个输入模式到输出模式的映射，并不需要无限个隐层节点。如何选择隐层节点数目是一个复杂的问题，根据Eberhart的书中阐述，称“这是一种艺术”。隐层节点数与问题要求、输入输出节点的多少都有直接的关系。有下面几个公式可作参考：

（1），其中为样本数，为隐层节点数，为输入节点数，如，。

（2），式中为输出节点数，为输入节点数，为1-10之间的常数。

（3），为输入节点数。

### 3.4、BP网络的局限性

BP网络最大的缺陷是训练过程可能陷入局部最小。在实际应用中，BP网络往往在训练过程中，找不到某个具体问题的解，比如在训练过程中陷入局部最小的情况经常发生。在模型训练时具体表现为，虽然迭代次数已经够多，但目标函数值仍然较大，而且模型学习率很低。当BP网络在训练过程中陷入误差性能函数的局部最小时，可以通过改变其初始值，并经多次训练，以获得全局最小。

四、BP网络模型实证检验

本节利用香港恒生指数期权市场数据来检验BP神经网络期权定价模型的有效性。数据取自香港证券交易所每日市场报告中十个成交最活跃的期权合约数据。

### 4.1、输入变量的选取

神经网络模型的定价性能取决于训练出的网络能否推广，因此能否从历史数据中获取足够的信息是关键。选择合适的输入变量和输出变量对提高神经网络的定价性能具有重要意义。对于股指期权来说，无论从理论还是实证中，学者们均认为标的物价格、期权执行价格、距离到期日时间、波动率、无风险利率、红利率对期权价格具有重要影响。考虑到红利率、市场波动率短期内变化不大而且数据难以衡量，文中所选的输入变量分别为：恒生指数收盘价、期权执行价、距离到期日时间、无风险利率、同一期权前一交易日收盘价。也就是说，我们认为红利率、波动率信息通过期权价格前一交易日收盘价已经反映到BP模型中。

考虑到数据值差异较大，我们将期权执行价格、恒生指数均除以20000作为输入变量，将前一交易日期权收盘价格除以100作为输入变量。对于距离到期日时间，我们用到期天数除以365作为输入变量。

### 4.2、输出变量选取

在我们的模型中，输出变量直接选为期权价格。将输出价格乘以100即为BP神经网络模型给出的期权价格。

### 4.3、数据选取

用2012年6月1日至6月14日恒生指数公司每天公布的前十大活跃期货合约（按成交量计算）中的看涨期权成交数据作为训练样本，对6月15日的数据进行定价。编程代码见附件1，训练数据见附件2。

### 4.4、结果

经过多次训练对比，结果显示将隐层节点数设为4效果较好。用历史数据对模型进行训练。迭代500次后，模型已经基本收敛。

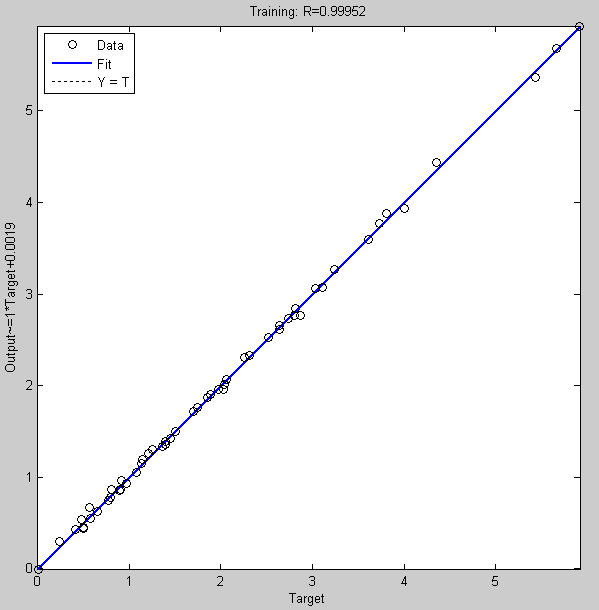
图1：训练误差走势



*数据来源：中信建投期货*

历史数据学习效果也非常明显。

图2：样本内拟合效果



*数据来源：中信建投期货*

调用训练好的模型对6月15日的数据进行预测。结果如下：

表1：BP神经网络模型期权定价效果分析

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| S | X | T | CBP | C | 误差 |
| 19234 | 20000 | 0.0356 | 119.66 | 145 | 25.34 |
| 19234 | 19600 | 0.0356 | 247.44 | 280 | 32.56 |
| 19234 | 19800 | 0.0356 | 174.48 | 206 | 31.52 |
| 19234 | 19400 | 0.0356 | 342.17 | 365 | 22.83 |
| 19234 | 19200 | 0.0356 | 463.41 | 476 | 12.59 |
| 19234 | 20600 | 0.0356 | 37.36 | 46 | 8.64 |

*数据来源：中信建投期货*

表1的结果显示，利用BP模型，期权定价误差在30点附近。

## 五、B-S期权定价模型实证检验

跟前一节对应，对B-S期权定价模型进行实证分析时，对6月15日港交所公布的前十大成交最活跃期权合约中的看涨期权进行实证分析。在B-S期权定价模型中，恒生指数价格、期权执行价、期权有效期限数据容易确定，需进行详细讨论的数据是市场无风险利率、红利率和波动率。

### 5.1、无风险利率

文中，我们用一年期Hibor利率来代表市场无风险利率。在6月15日，1年期Hibor利率为0.8907%。（数据来源于财新网）

### 5.2、红利率

恒生指数分红在一年内较为平均，每个月的红利率较为连续。从2008-2011年的情况看，这几年恒生指数的股息率在3%-3.5%之间。

图3：恒生指数股息率变化图（2008-2012）

*数据来源：恒生指数公司*

2012年前5个月，恒生指数股息率年化为3.422%（简单平均），加权平均股息率为3.41%。在实证检验中，将股息率设为3.42%。

### 5.3、波动率

文中，我们用历史波动率和隐含波动率分别进行检验。历史波动率进行估计的缺点是，历史波动率反应的是指数历史上的波动情况，而期权价格反应的是市场预期的指数波动率情况，这两者之间大多数情况下差别不大。但若市场预期近期宏观方面将出现较大波动，那么期权隐含波动率将明显大于历史波动率。（在6月15日，由于当周周末希腊将举行大选决定是否退出欧元区，我们认为在这种时候，隐含波动率将明显大于历史波动率）

隐含波动率是将期权交易价格带入B-S模型中反推出来的波动率数值。若用隐含波动率带入到B-S定价模型中，B-S定价模型所给出的价格将是B-S模型给出价格的极限，因为我们无法再从波动率上进行优化。在本文中，我们将港交所公布的隐含波动率带入到B-S定价模型中，但计算出的期权价格跟实际收盘价格仍有出入，个人认为除了其他参数选取有所不同外（如无风险利率、红利率），恒生指数期权收盘时间为16：15，而恒生指数收盘时间为16：00，这将会导致即使用隐含波动率给出的期权价格仍与期权实际收盘价格有一定误差。

### 5.4、B-S期权定价模型实证检验—历史波动率

用2011年至今的恒生指数收盘价计算出恒生指数的标准差数据为9.41%，将其带入B-S期权定价模型中，得到的结果如下：

表2：基于历史波动率的B-S期权定价模型效果分析

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| S | X | T | CBS1 | C | 误差 |
| 19234 | 20000 | 0.0356 | 1.47 | 145 | 143.53 |
| 19234 | 19600 | 0.0356 | 23.08 | 280 | 256.92 |
| 19234 | 19800 | 0.0356 | 6.59 | 206 | 199.41 |
| 19234 | 19400 | 0.0356 | 64.21 | 365 | 300.79 |
| 19234 | 19200 | 0.0356 | 144.54 | 476 | 331.46 |
| 19234 | 20600 | 0.0356 | 0.00 | 46 | 46.00 |

*数据来源：中信建投期货*

从得到的结果看，用历史波动率得到的结果非常差。

### 5.5、B-S期权定价模型实证检验—隐含波动率

用隐含波动率得到的结果如下：

表3：基于隐含波动率的B-S期权定价模型效果分析

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| S | X | T | CBS2 | C | 误差 |
| 19234 | 20000 | 0.0356 | 112.70 | 145 | 32.30 |
| 19234 | 19600 | 0.0356 | 232.02 | 280 | 47.98 |
| 19234 | 19800 | 0.0356 | 158.91 | 206 | 47.09 |
| 19234 | 19400 | 0.0356 | 307.50 | 365 | 57.50 |
| 19234 | 19200 | 0.0356 | 413.15 | 476 | 62.85 |
| 19234 | 20600 | 0.0356 | 34.49 | 46 | 11.51 |

*数据来源：中信建投期货*

基于隐含波动率得到的结果远远好于基于历史波动率得到的结果，主要原因是市场预期宏观环境面临极大的不确定性，因此隐含波动率远远高于历史波动率。

但表3的结果显示，虽然基于隐含波动率的B-S期权定价模型定价效果得到了很大提升，但误差仍在50点附近。

综合起来，神经网络模型期权定价效果要好于B-S期权定价模型。

## 六、结论及后续研究方向

本文在分析传统定价模型—B-S期权定价模型的缺陷后，介绍了非参数估计的神经网络模型。基于恒生指数期权的实际成交数据，本文分别用BP神经网络和B-S期权定价模型对恒生指数期权进行定价并与实际结果进行比较。结果显示，一个以标的资产价格、执行价格、距离到期日时间、无风险利率、上一交易日期权收盘价格作为输入变量，将期权价格作为输出变量的隐层节点数为4的神经网络，定价结果优于B-S期权定价模型。

在实证分析过程中，我们也发现神经网络模型的一些缺陷：1、模型主观性太强。隐层神经元数量的选取并无一个固定准则，取决于个人主观选择，而且也没有取舍的标准，“这是一门艺术”。2、模型不稳定。很多情况下，BP模型在训练过程中易陷入局部最小。这时候，只能进行多次训练比较，才能建立一个理想的网络。

由于数据限制以及个人能力有限，本文的对比研究还较为浅显。后期可在如下方面进行进一步探讨。一、输入变量的取舍，到底哪些变量对模型非常有用，哪些用处不大。2、模型结构的改进方向，选取不同的训练函数能否改进预测结果。3、神经网络模型最适合对那些期权进行定价，即对实值期权、虚值期权、看涨期权、看跌期权、到期日较长、到期日较短的不同期权进行定价的效率是否有区别。

## 参考文献：

[1]、Fama F F. The Behaviour of Stock market pricing. Journal of Business, 1985(38):34-105.

[2]、Yue-Kuen Kwok. Mathematical Moedls of Financial Deribative. Hong Kong springer,1999.

[3]、张凌。基于人工神经网络的期权定价模型，武汉理工大学，2007。

[4]、刘志强。基于神经网络的期权定价模型，重庆大学，2005。

[5]、约翰.赫尔，期权、期货和其他衍生品，清华大学出版社。

### 附录1：

BP网络通过MatlabR2012a编程实现，具体程序如下：

clc;

clear;

A=xlsread('d:\input data\0618\option data1.xlsx','call');

[m,n]=size(A);

A1=A(:,1:n-1)';

A2=A(:,n)';

net\_1=newff(minmax(A1),[4,1],{'tansig','purelin','traingdm'});

net\_1.trainParam.show=200;

net\_1.trainParam.lr=0.01;

net\_1.trainParam.mc=0.9;

net\_1.trainParam.epochs=5000;

net\_1.trainParam.goal=0.000001;

[net\_1,tr]=train(net\_1,A1,A2);

B=xlsread('d:\input data\0618\option data1.xlsx','testcall');

[m1,n1]=size(B);

B1=B(:,1:n-1)';

B2=B(:,n)';

result=sim(net\_1,B1);

error=B2-result

### 附录2：训练数据

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 执行价格 | 恒生指数 | 到期日时间 | 无风险利率 | 前一收盘价 | 实际价格 |
| 0.95 | 0.924383 | 0.073973 | 0.8818 | 3 | 2.64 |
| 0.93 | 0.924383 | 0.073973 | 0.8818 | 4.84 | 4.35 |
| 0.96 | 0.924383 | 0.073973 | 0.8818 | 2.3 | 1.98 |
| 0.92 | 0.924383 | 0.073973 | 0.8818 | 5.98 | 5.43 |
| 0.97 | 0.924383 | 0.073973 | 0.8818 | 1.72 | 1.45 |
| 0.95 | 0.90282 | 0.065753 | 0.8893 | 2.64 | 1.4 |
| 0.97 | 0.90282 | 0.065753 | 0.8893 | 1.45 | 0.65 |
| 0.93 | 0.90282 | 0.065753 | 0.8893 | 4.35 | 2.52 |
| 0.94 | 0.90282 | 0.065753 | 0.8893 | 3.41 | 1.89 |
| 0.96 | 0.90282 | 0.065753 | 0.8893 | 1.98 | 0.97 |
| 0.98 | 0.90282 | 0.065753 | 0.8893 | 1.05 | 0.41 |
| 0.99 | 0.90282 | 0.065753 | 0.8893 | 0.71 | 0.24 |
| 0.95 | 0.911157 | 0.063014 | 0.89 | 1.4 | 1.51 |
| 0.9 | 0.911157 | 0.063014 | 0.89 | 5.18 | 5.66 |
| 0.94 | 0.911157 | 0.063014 | 0.89 | 1.89 | 2.06 |
| 0.93 | 0.911157 | 0.063014 | 0.89 | 2.52 | 2.74 |
| 0.96 | 0.911157 | 0.063014 | 0.89 | 0.97 | 1.08 |
| 0.99 | 0.916031 | 0.060274 | 0.8907 | 0.32 | 0.5 |
| 0.95 | 0.916031 | 0.060274 | 0.8907 | 1.51 | 2.26 |
| 0.97 | 0.916031 | 0.060274 | 0.8907 | 0.77 | 1.14 |
| 0.93 | 0.916031 | 0.060274 | 0.8907 | 2.74 | 4 |
| 0.98 | 0.916031 | 0.060274 | 0.8907 | 0.5 | 0.77 |
| 0.94 | 0.916031 | 0.060274 | 0.8907 | 2.06 | 3.03 |
| 0.96 | 0.931222 | 0.057534 | 0.8907 | 1.62 | 1.7 |
| 0.98 | 0.931222 | 0.057534 | 0.8907 | 0.77 | 0.8 |
| 0.99 | 0.931222 | 0.057534 | 0.8907 | 0.5 | 0.5 |
| 1.07 | 0.931222 | 0.057534 | 0.8907 | 0.01 | 0.01 |
| 0.97 | 0.931222 | 0.057534 | 0.8907 | 1.14 | 1.15 |
| 0.95 | 0.931222 | 0.057534 | 0.8907 | 2.26 | 2.31 |
| 0.94 | 0.931222 | 0.057534 | 0.8907 | 3.03 | 3.11 |
| 0.95 | 0.923059 | 0.054795 | 0.8907 | 2.31 | 1.75 |
| 0.96 | 0.923059 | 0.054795 | 0.8907 | 1.7 | 1.21 |
| 0.93 | 0.923059 | 0.054795 | 0.8907 | 4.12 | 3.24 |
| 1.03 | 0.923059 | 0.80274 | 0.8907 | 0.04 | 5.92 |
| 0.97 | 0.923059 | 0.054795 | 0.8907 | 1.15 | 0.81 |
| 0.98 | 0.947682 | 0.046575 | 0.8907 | 0.52 | 1.36 |
| 0.95 | 0.947682 | 0.046575 | 0.8907 | 1.75 | 3.73 |
| 0.97 | 0.947682 | 0.046575 | 0.8907 | 0.81 | 1.97 |
| 0.96 | 0.947682 | 0.046575 | 0.8907 | 1.21 | 2.8 |
| 0.99 | 0.947682 | 0.046575 | 0.8907 | 0.32 | 0.89 |
| 0.95 | 0.943628 | 0.043836 | 0.8907 | 3.73 | 2.82 |
| 0.99 | 0.943628 | 0.043836 | 0.8907 | 0.89 | 0.58 |
| 0.96 | 0.943628 | 0.043836 | 0.8907 | 2.8 | 2.03 |
| 0.98 | 0.943628 | 0.043836 | 0.8907 | 1.36 | 0.9 |
| 0.94 | 0.943628 | 0.043836 | 0.8907 | 4.86 | 3.81 |
| 0.95 | 0.951326 | 0.041096 | 0.8907 | 2.82 | 3.61 |
| 0.98 | 0.951326 | 0.041096 | 0.8907 | 0.9 | 1.25 |
| 1 | 0.951326 | 0.041096 | 0.8907 | 0.34 | 0.48 |
| 0.96 | 0.951326 | 0.041096 | 0.8907 | 2.03 | 2.64 |
| 0.97 | 0.951326 | 0.041096 | 0.8907 | 1.36 | 1.85 |
| 0.99 | 0.94042 | 0.038356 | 0.8914 | 0.79 | 0.57 |
| 0.98 | 0.94042 | 0.038356 | 0.8914 | 1.25 | 0.92 |
| 0.97 | 0.94042 | 0.038356 | 0.8914 | 1.85 | 1.4 |
| 0.96 | 0.94042 | 0.038356 | 0.8914 | 2.64 | 2.04 |
| 0.95 | 0.94042 | 0.038356 | 0.8914 | 3.61 | 2.87 |